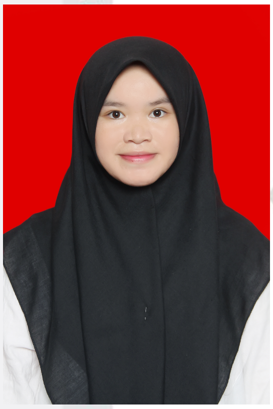
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

TRACE MATRIKS TOEPLITZ HEPTADIAGONAL SIMETRIS BERPANGKAT DUA SAMPAI EMPAT

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Matematika

oleh:



EZA SYAFRI RAMADHANI
11754202175

UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021

UIN SUSKA RIAU

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

TRACE MATRIKS TOEPLITZ HEPTADIAGONAL SIMETRIS BERPANGKAT DUA SAMPAI EMPAT

TUGAS AKHIR

oleh:

EZA SYAFRI RAMADHANI
11754202175

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 24 Juni 2021

Ketua Program Studi Matematika	Pembimbing
Ari Pani Desvina, M.Sc.	**Fitri Aryani, M.Sc.**
NIP. 19811225 200604 2 003	**NIP. 19770913 200604 2 002**

UIN SUSKA RIAU

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Kasim Riau

LEMBAR PENGESAHAN

TRACE MATRIKS TOEPLITZ HEPTADIAGONAL SIMETRIS BERPANGKAT DUA SAMPAI EMPAT

TUGAS AKHIR

Oleh:

<u>EZA SYAFRI RAMADHANI</u>
11754202175

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 24 Juni 2021

Pekanbaru, 24 Juni 2021
Mengesahkan,

Dekan	**Ketua Program Studi**
<u>Dr. Ahmad Darmawi, M.Ag.</u>	**<u>Ari Pani Desvina, M.Sc.</u>**
NIP. 19660604 199203 1 004	**NIP. 19811225 200604 2 003**

DEWAN PENGUJI :

Ketua : **Wartono, M.Sc.**

Sekretaris : **Fitri Aryani, M.Sc.**

Anggota I : **Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.**

Anggota II : **Corry Corazon Marzuki, M.Si.**

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dengan mengikuti kaidah ilmiah serta menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjam, dan tanggal peminjam.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 24 Juni 2021
Yang membuat pernyataan,

<u>EZA SYAFRI RAMADHANI</u>
11754202175

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PERSEMBAHAN

"Sesungguhnya urusan-Nya apabila Dia menghendaki sesuatu Dia hanya berkata kepadanya, "Jadilah!" Maka jadilah sesuatu itu."
(QS Yasin : 82)

"Barang siapa menempuh satu jalan (cara) untuk mendapatkan ilmu, maka Allah pasti mudahkan baginya jalan menuju surga"
(HR. Muslim)

Alhamdulillahirabbal'alaamiin

Segala puji dan syukur kehadirat Allah Subhanahu Wa Ta'ala atas segala nikmat, rahmat dan kasih sayang-Mu yang telah memberikan kesempatan, kekuatan dan membekaliku dengan ilmu pengetahuan sehingga terselesaikan Tugas Akhir ini. Shalawat beserta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad Shalallahualaihi Wasallam, semoga sampai kepada kita semua, agar kita mendapatkan pertolongan dihari kiamat nanti. Aamiin Ya Robbal 'Alamin.

Karya kecilku ini ku persebahkan untuk :

Ibuku Nurni Zarni dan ayahku Syafril

Teruntuk ibuku, terima kasih tak terhingga karena telah menyayangiku dan mendidikku yang penuh dengan kekurangan. Dan untuk ayahku, terima kasih atas kerja keras ayah, sehinnga aku menjadi kepribadian yanf lebih baik. Terima kasih kepada kedua orangtua ku yang tak pernah letih memberi doa disetiap sujudmu dan memberi dukungan tanpa mengenal lelah.

kakak-kakakku

teruntuk kakak-kakakku terimakasih telah memberi dukungan, motivasi dan semangat yang tiada henti. Terima kasih atas kasih sayang dan kesabaran dalam membimbingku diperjalanan hidup ini.

Sahabatku

Terima kasih untuk semua sahabatku, sebagai orang yang telah mendengar dan melihat keluh-kesahku selama ini. Terima kasih telah menjadi pendengar yang baik, terima kasih telah membantu dan juga memberi semangat, nasehat dan motivasi kepada ku.

Dosen Progam Studi Matematika

Terima kasih untuk seluruh Dosen yang telah mengajarkan ilmu berharga selama saya belajar di progam studi Matematika. Terkhusus, Terima kasih untuk ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku pembimbing Tugas Akhirku, yang selalu ada waktu untuk bimbingan ditengah kesibukan ibu. Terima kasih bu, pengalaman berharga dalam penyusunan Tugas Akhir ini tidak akan terlupakan dan merupakan langkah awal untuk meraih kesuksesan di masa depan. masukan dan arahan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.

UIN SUSKA RIAU

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

ABSTRAK

TRACE MATRIKS TOEPLITZ HEPTADIAGONAL SIMETRIS BERPANGKAT DUA SAMPAI EMPAT

EZA SYAFRI RAMADHANI
NIM : 11754202175

Tanggal Sidang : 24 Juni 2021
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas KM 15 No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan bentuk umum *trace* matriks Toeplitz heptadiagonal simetris berpangkat dua sampai empat. Untuk mendapatkan bentuk umum *trace* matriks tersebut dimulai dengan menentukan bentuk umum perpangkatan matriks Toeplitz heptadiagonal simetris berpangkat dua dan menentukan entri-entri diagonal utama matriks Toeplitz heptadiagonal simetris berpangkat tiga dan empat. Selanjutnya, diperoleh bentuk umum *trace* matriks Toeplitz heptadiagonal simetris berpangkat dua sampai empat. Kedua bentuk umum tersebut dibuktikan dengan cara pembuktian langsung. Diberikan juga contoh aplikasi dari *trace* matriks Toeplitz heptadiagonal simetris berpangkat dua sampai empat.

Kata Kunci : matriks Toeplitz, pembuktian langsung, *trace* matriks.

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

ABSTRACT

TRACE OF INTEGER POSITIF TWO UNTIL FOUR POWER OF HEPTADIAGONAL SYMMETRIC TOEPLITZ MATRIX

EZA SYAFRI RAMADHANI
NIM : 11754202175

Date of Final Exam : june 24, 2021

Date of Graduation Ceremony :

Dapartment of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas Street No. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

This final script aims to obtain the general form of the trace of integer positif two until four power of heptadiagonal symmetric Toeplitz matrix. To obtain the general form, first prove the integer positif two power of heptadiagonal symmetric Toeplitz matrix and prove the main diagonal entries of the integer positif three and four power of heptadiagonal symmetric Toeplitz matrix. Furthemore, to obtain the general forms trace of integer positif two until four power of heptadiagonal symmetric Toeplitz matrix. The two general forms are proven by means of direct proof. Also given an example the application trace of integer positif two until four power of heptadiagonal symmetric Toeplitz matrix.

Keywords : *Toeplitz matrix, direct proof, trace matrix.*

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil'alamin segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah *Subhannahu Wata'ala* yang telah memberikan kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Berkat rahmat, nikmat, kesempatan dan kesehatan sehingga penulis bisa menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul "*Trace* Matriks Toeplitz Heptadiagonal Simetris Berpangkat Dua sampai Empat".

Shalawat serta salam kita hadiahkan kepada junjungan alam Nabi Besar Muhammad *Shalallahu Alaihi Wassalam* karena berkat perjuangan beliaulah kita umat manusia dapat dibawa dari alam kegelapan ditunjukkan ke alam yang penuh dengan pengetahuan. Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat yang harus dilakukan untuk memperoleh gelar sarjana Sains di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, perhatian serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih dengan hati tulus ikhlas yang tak terhingga kepada :

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika dan sekaligus pembimbing Tugas Akhir penulis yang selalu ada dan memberikan bimbingan serta arahan sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

5. Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc. dan Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si. selaku Penguji yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
6. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
7. Kedua orangtua tercinta yang senantiasa mendo'akan, melimpahkan kasih sayang, perhatian dan materi yang tak terhingga.
8. Keluarga tercinta yang tidak henti-hentinya memberikan motivasi, dukungan, semangat, do'a dan kasih sayang yang sangat tulus kepada penulis.
9. Sahabat, teman-teman dan semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini yang tidak dapat ditulis satu persatu.
10. Teman-teman di Program Studi Matematika, terkhusus Angkatan 17.

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Pekanbaru, 24 Juni 2021

Eza Syafri Ramadhani

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DAFTAR ISI

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam teori matriks terdapat beberapa jenis matriks yang salah satu diantaranya adalah matriks Toeplitz. Menurut [1], matriks Toeplitz adalah matriks berukuran $n \times n$ dinotasikan dengan $T_n = [t_{k,j}; k, j = 0,1,\ldots,n-1]$ dengan $t_{k,j} = t_{k-j}$. Adapun bentuk umum dari matriks Toeplitz sebagai berikut :

$$T_n = \begin{bmatrix} t_0 & t_{-1} & t_{-2} & \cdots & t_{-(n-1)} \\ t_1 & t_0 & t_{-1} & \cdots & t_{-(n-2)} \\ t_2 & t_1 & t_0 & \cdots & t_{-(n-3)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{(n-1)} & t_{(n-2)} & t_{(n-3)} & \cdots & t_0 \end{bmatrix}. \quad (1.\ 1)$$

Matriks Toeplitz terdiri dari beberapa tipe diantaranya matriks Toeplitz tridiagonal, matriks Toeplitz pentadiagonal, matriks Toeplitz heptadiagonal dan sebagainya. Menurut [2], sebuah matriks berukuran $n \times n$ disebut matriks Toeplitz heptadiagonal simetris jika mempunyai bentuk umum sebagai berikut :

$$H_n = \begin{bmatrix} a & b & c & d & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & c & d & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & b & a & b & c & d & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d & c & b & a & b & c & d & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & c & b & a & b & c & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & c & b & a & b & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & c & b & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b & c & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & b & a & b & c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c & b & a & b & c & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & d & c & b & a & b & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & d & c & b & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & d & c & b & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & d & c & b & a \end{bmatrix}, n \geq 5. \quad (1.\ 2)$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Pada penelitian ini yang dibahas pada matriks adalah menghitung *trace* matriks berpangkat. *Trace* matriks adalah jumlah dari entri-entri pada diagonal utama dari matriks bujursangkar. Penghitungan *trace* pada matriks berpangkat perlu dilakukan perpangkatan matriks yang melibatkan proses perkalian matriks. Setelah didapatkan bentuk perpangkatan matriks, selanjutnya akan diperoleh *trace* dari matriks berpangkat tersebut.

Trace dari suatu matriks berpangkat sering dibahas pada beberapa bidang matematika, seperti analisis jaringan, teori bilangan, sistem dinamik dan persamaan diferensial [3]. Lebih lanjut, pembahasan mengenai *trace* matriks berpangkat telah di bahas oleh [4] pada tahun 2015. Penelitian tersebut membahas mengenai bentuk umum *trace* matriks ordo 2×2 berpangkat bilangan bulat positif. Hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$$TrA^n = \begin{cases} \sum_{r=0}^{n/2} \frac{(-1)^r}{r!} n[n-(r+1)][n-(r+2)]\cdots[n-(r+(r-1))](\det A)^r (trA)^{n-2r} & \text{, untuk } n \text{ genap} \\ \sum_{r=0}^{(n-1)/2} \frac{(-1)^r}{r!} n[n-(r+1)][n-(r+2)]\cdots[n-(r+(r-1))](\det A)^r (trA)^{n-2r} & \text{, untuk } n \text{ ganjil.} \end{cases} \qquad (1.\ 3)$$

Pembahasan mengenai *trace* matriks berpangkat juga telah dibahas oleh [5] pada tahun 2018. Penelitian tersebut membahas tentang *trace* matriks Toeplitz kompleks bentuk khusus ukuran 3×3 berpangkat bilangan bulat positif. Adapun bentuk matriks Toeplitz kompleks bentuk khusus sebagai berikut :

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & a+bi & 0 \\ a+bi & 0 & a+bi \\ 0 & a+bi & 0 \end{bmatrix} \forall a,b \in R \text{ dan } i = imajiner. \qquad (1.\ 4)$$

Hasil yang diperoleh pada penelitian tersebut terdapat dua bentuk umum persamaan *trace* matriks Toeplitz kompleks bentuk khusus ukuran 3×3 berpangkat bilangan bulat positif. Persamaan *trace* matriks pada Persamaan (1. 4) berpangkat bilangan bulat positif untuk n genap dan n ganjil, yaitu :

$$tr(A_3)^n = \begin{cases} 0 & \text{, untuk } n \text{ ganjil} \\ (2)^{\frac{n}{2}+1} \cdot (a+bi)^n & \text{, untuk } n \text{ genap.} \end{cases} \qquad (1.\ 5)$$

Selanjutnya, di tahun 2019 [6] meneliti *trace* matriks Toeplitz tridiagonal 3×3 berpangkat bilangan bulat positif dengan bentuk matriks sebagai berikut :

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$A_3 = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ c & a & b \\ 0 & c & a \end{bmatrix}, \text{ dengan } b, c \neq 0; \forall a, b, c \in R. \qquad (1.\ 6)$$

Berdasarkan penelitian tersebut diperoleh bentuk umum *trace* matriks Toeplitz tridiagonal 3×3 berpangkat bilangan bulat positif. Terdapat dua bentuk persamaan *trace* matriks pada Persamaan (1.6) berpangkat bilangan bulat positif untuk n genap dan n ganjil, yaitu :

$$tr(A_3)^n = \begin{cases} 3a^n + 4\sum_{r=1}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{2r} 2^{r-1} a^{n-2} b^r c^r & \text{, untuk } n \text{ ganjil} \\ 3a^n + 4\sum_{r=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{2r} 2^{r-1} a^{n-2} b^r c^r & \text{, untuk } n \text{ genap.} \end{cases} \qquad (1.\ 7)$$

Di tahun yang sama (2019) [7] juga membahas mengenai *trace* matriks Toeplitz. Lebih tepatnya *trace* matriks Toeplitz simetris bentuk khusus ordo 3×3 berpangkat bilangan bulat positif dengan bentuk matriks khusus, yaitu :

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & a & 0 \\ a & 0 & a \\ 0 & a & 0 \end{bmatrix}, \text{ dengan } a \in R. \qquad (1.\ 8)$$

Hasil penelitian tersebut diperoleh *trace* matriks Toeplitz simetris bentuk khusus ordo 3×3 berpangkat bilangan bulat positif. Terdapat dua bentuk persamaan *trace* matriks pada Persamaan (1.8) berpangkat bilangan bulat positif untuk n genap dan n ganjil, yaitu :

$$tr(A_3)^n = \begin{cases} 0 & \text{, untuk } n \text{ ganjil} \\ (2)^{\frac{n}{2}+1} \cdot a^n & \text{, untuk } n \text{ genap.} \end{cases} \qquad (1.\ 9)$$

Di tahun 2020 [8] melakukan penelitian mengenai *trace* matriks Toeplitz-Hessenberg. Lebih tepatnya matriks Toeplitz-Hessenberg berpangkat bilangan bulat positif empat ordo $n \times n$ dengan $n \geq 3$, dengan bentuk umum yaitu :

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$H_n = \begin{bmatrix} h_1 & h_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ h_3 & h_2 & h_1 & h_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ h_4 & h_3 & h_2 & h_1 & h_0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ h_5 & h_4 & h_3 & h_2 & h_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{n-2} & h_{n-3} & h_{n-4} & h_{n-5} & h_{n-6} & \cdots & h_1 & h_0 & 0 \\ h_{n-1} & h_{n-2} & h_{n-3} & h_{n-4} & h_{n-5} & \cdots & h_2 & h_1 & h_0 \\ h_n & h_{n-1} & h_{n-2} & h_{n-3} & h_{n-4} & \cdots & h_3 & h_2 & h_1 \end{bmatrix}, n \geq 3. \qquad (1.\ 10)$$

Dari matriks tersebut maka diperoleh bentuk umum dari *trace* matriks Toeplitz-Hessenberg berpangkat bilangan bulat positif empat yaitu :

$$tr(H_n^4) = nh_1^4 + (12n-12)h_0h_1^2h_2 + (6n-10)h_0^2h_2^2 + (12n-24)h_0^2h_1h_3 + (4n-12)h_0^3h_4. \qquad (1.\ 11)$$

Selanjutnya, penelitian [9] pada tahun 2020 masih berhubungan dengan *trace* matriks Toeplitz. Penelitian tersebut membahas mengenai *trace* matriks Toeplitz pentadiagonal simetris kuadrat. Dengan bentuk umum matriks Toeplitz pentadiagonal simetris sebagai berikut :

$$P_m = P_m(a,b,c) = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & c & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & b & a & b & c & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & b & a & b & c & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & b & a & b & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & b & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & b & a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c & b & a & b & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c & b & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & c & b & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & c & b & a \end{bmatrix}. \qquad (1.\ 12)$$

Dari matriks tersebut diperoleh bentuk umum dari *trace* matriks Toeplitz pentadiagonal simetris kuadrat yaitu :

$$tr(P_m)^2 = ma^2 + 2(m-1)b^2 + 2(m-2)c^2. \qquad (1.\ 13)$$

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Berdasarkan uraian hasil penelitian-penelitian sebelumnya mengenai *trace* matriks berpangkat penulis tertarik untuk menyelesaikan bentuk umum dari *trace* matriks Toeplitz heptadiagonal simetris, sehingga pada tugas akhir ini penulis memberi judul **"*Trace Matriks Toeplitz Heptadiagonal Simetris Berpangkat Dua sampai Empat*".**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas maka dapat diberikan rumusan masalah pada tugas akhir ini adalah "bagaimana bentuk umum *trace* matriks Toeplitz heptadiagonal simetris berpangkat dua sampai empat?".

1.3 Batasan Masalah

Penulis memberi batasan pada bentuk umum perpangkatan matriks Toeplitz heptadiagonal simetris yaitu pada pembuktian H_n^3 dan H_n^4 dilakukan dengan cara menentukan entri-entri diagoanal utama saja.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian tugas akhir ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum dari *trace* matriks Toeplitz heptadiagonal simetris berpangkat dua sampai empat.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dilakukan penelitian tugas akhir ini adalah yaitu :

1. Menambah pengetahuan dan informasi mengenenai matriks dan *trace* matriks.
2. Sebagai acuan untuk mengembangkan penelitian di bidang matematika murni.

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1.6 Sistematika Penelitian

Sistematika penelitian tugas akhir ini terdiri dari pokok-pokok permasalahan yang masing-masing akan diuraikan menjadi beberapa bagian, sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang gambaran umum isi tugas akhir yang meliputi latar belakang masalah yang akan dibahas, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks dan *trace* matriks.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisikan langkah-langkah dalam menentukan bentuk umum *trace* matriks Toeplitz heptadiagonal simetris berpangkat dua sampai empat.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi penjelasan bagaimana mendapatkan bentuk umum dari *trace* matriks Toeplitz heptadiagonal simetris berpangkat dua sampai empat.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan dari hasil pembahasan yang telah dilakukan pada Bab IV dan saran dari penulis.

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II
LANDASAN TEORI

Bab ini berisi teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks Toeplitz, matriks heptadiagonal, matriks Toeplitz heptadiagonal, matriks Toeplitz heptadiagonal simetris, perkalian matriks, *trace* matriks dan *trace* matriks berpangkat.

2.1 Matriks Toeplitz

Definisi 2.1 [1]. Matriks Toeplitz adalah matriks berukuran $n \times n$ dinotasikan dengan $T_n = [t_{k,j}; k, j = 0,1,\ldots,n-1]$ dengan $t_{k,j} = t_{k-j}$. Bentuk umum dari matriks Toeplitz sebagai berikut :

$$T_n = \begin{bmatrix} t_0 & t_{-1} & t_{-2} & \cdots & t_{-(n-1)} \\ t_1 & t_0 & t_{-1} & \cdots & t_{-(n-2)} \\ t_2 & t_1 & t_0 & \cdots & t_{-(n-3)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{(n-1)} & t_{(n-2)} & t_{(n-3)} & \cdots & t_0 \end{bmatrix}.$$

Contoh 2.1 Diberikan matriks Toeplitz berordo 5×5 sebagai berikut :

$$T_5 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 5 & 6 \\ 9 & 4 & 2 & 3 & 5 \\ 8 & 9 & 4 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Matriks Toeplitz terdiri dari beberapa tipe diantaranya matriks Toeplitz tridiagonal, matriks Toeplitz pentadiagonal, matriks Toeplitz heptadiagonal dan sebagainya. Pada penelitian tugas akhir ini penulis membahas mengenai matriks Toeplitz heptadiagonal simetris. Sebelum membahas matriks Toeplitz heptadiagonal simetris terlebih dahulu dijelaskan mengenai matriks heptadiagonal yang akan disajikan sebagai berikut :

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Definisi 2.2 [10]. Sebuah matriks bujursangkar berodo $n \times n$ yang terdiri dari tujuh diagonal tak nol yaitu diagonal utama, tiga subdiagonal atas dan tiga subdiagonal bawah disebut dengan matriks heptadiagonal. Berikut diberikan bentuk umum matriks heptadiagonal, yaitu :

$$M_n = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_3 & \alpha_3 & a_3 & b_3 & c_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_4 & \beta_4 & \alpha_4 & a_4 & b_4 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_5 & \beta_5 & \alpha_5 & a_5 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-4} & b_{n-4} & c_{n-4} & d_{n-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_{n-3} & a_{n-3} & b_{n-3} & c_{n-3} & d_{n-3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta_{n-2} & \alpha_{n-2} & a_{n-2} & b_{n-2} & c_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \gamma_{n-1} & \beta_{n-1} & \alpha_{n-1} & a_{n-1} & b_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \gamma_n & \beta_n & \alpha_n & a_n \end{bmatrix}. \tag{2. 1}$$

Contoh 2.2 Diberikan matriks heptadiagonal berordo 10×10 sebagai berikut :

$$M_5 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 4 & 6 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 3 & 5 & 7 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 7 & 6 & 4 & 6 & 8 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 8 & 7 & 5 & 7 & 9 & 11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 9 & 8 & 6 & 8 & 10 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11 & 10 & 9 & 7 & 9 & 11 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 11 & 10 & 8 & 10 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 12 & 11 & 9 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & 13 & 12 & 10 \end{bmatrix}.$$

Matriks Toeplitz heptadiagonal merupakan gabungan dari matriks Toeplitz dan matriks heptadiagonal. Berikut diberikan definisi beserta contoh mengenai matriks Toepliz heptadiagonal.

Definisi 2.3 [11]. Matriks Toeplitz heptadiagonal ordo $n \times n$ mempunyai bentuk umum sebagai berikut :

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$H_n = \begin{bmatrix} a & b & c & d & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & a & b & c & d & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & \alpha & a & b & c & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma & \beta & \alpha & a & b & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & \beta & \alpha & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b & c & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha & a & b & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta & \alpha & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \gamma & \beta & \alpha & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \gamma & \beta & \alpha & a \end{bmatrix}, n \geq 5 \qquad (2.\ 2)$$

Dimana $\forall a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma \in R$.

Contoh 2.3 Diberikan matriks Toeplitz heptadiagonal berordo 10×10 sebagai berikut :

$$H_{10} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 7 & 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 8 & 7 & 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 8 & 7 & 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 8 & 7 & 3 & 4 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 8 & 7 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 8 & 7 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 8 & 7 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 8 & 7 & 3 \end{bmatrix}.$$

Matriks Toeplitz heptadiagonal simetris merupakan gabungan dari matriks Toeplitz dengan matriks heptadiagonal simetris. Berikut diberikan definisi beserta contoh mengenai matriks Toeplitz heptadiagonal simetris.

Definisi 2.4 [2]. Sebuah matriks berukuran $n \times n$ disebut matriks Toeplitz heptadiagonal simetris jika mempunyai bentuk umum sebagai berikut :

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$H_n = \begin{bmatrix} a & b & c & d & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & c & d & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & b & a & b & c & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d & c & b & a & b & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & c & b & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b & c & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & b & a & b & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c & b & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & d & c & b & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & d & c & b & a \end{bmatrix}, n \geq 5.$$

Contoh 2.4 Diberikan matriks Toeplitz heptadiagonal simetris berordo 10×10 sebagai berikut :

$$H_{10} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 5 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 2 & 3 & 5 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 5 & 3 & 2 & 3 & 5 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 5 & 3 & 2 & 3 & 5 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 5 & 3 & 2 & 3 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 5 & 3 & 2 & 3 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 5 & 3 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 5 & 3 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

2.2 Perkalian Matriks

2.2.1 Perkalian matriks dengan skalar

Definisi 2.5 [12]. Jika A adalah matriks sebarang dan c adalah skalar sebarang, maka hasil kalinya (*product*) cA adalah matriks yang diperoleh dari perkalian setiap entri pada matriks A dengan bilangan c. Matriks cA disebut sebagai kelipatan skalar (*skalar multiple*) dari A.

$$cA = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} & \cdots & ca_{1n} \\ ca_{21} & ca_{22} & \cdots & ca_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ca_{m1} & ca_{m2} & \cdots & ca_{mn} \end{bmatrix}.$$

Contoh 2.5 Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 4 & -5 & 3 \end{bmatrix}$ dan $c = 3$, maka tentukan $3A$!

Penyelesaian :

$$3A = 3\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 4 & -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 6 & 9 \\ 6 & 3 & -6 \\ 12 & -15 & 9 \end{bmatrix}.$$

2.2.2 Perkalian dua matriks

Definisi 2.6 [12]. Jika A adalah matriks $m \times r$ dan B adalah matriks $r \times n$ maka hasil kali (*product*) AB adalah matriks $m \times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut. Untuk mencari entri pada baris i dan kolom j dari AB, pisahkan baris i dari matriks A dan kolom j dari matriks B. Kalikan entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut dan kemudian jumlahkan hasil yang diperoleh.

Contoh 2.6 Diberikan matriks A dan matriks B sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

maka tentukan AB !

Penyelesaian :

$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 26 \\ 12 & 17 \\ 22 & 25 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

2.2.3 Perpangkatan matriks

Definisi 2.7 [12]. Jika A adalah matriks bujursangkar, maka dapat didefinisikan pangkat-pangkat bilangan bulat tak negatif A menjadi:

$$A^0 = I,\ A^n = \underbrace{AA\ldots A}_{n\ \ faktor}\ (n > 0). \tag{2.3}$$

Selanjutnya, jika A dapat dibalik, maka definisi dari pangkat bilangan bulat negatif dari A adalah :

$$A^{-n} = \left(A^{-1}\right)^n = \underbrace{A^{-1}A^{-1}\ldots A^{-1}}_{n\ \ faktor}. \tag{2.4}$$

Teorema 2.1 [12]. Jika A adalah matriks bujursangkar dan r serta s adalah bilangan bulat, maka berlaku :

1. $A^r A^s = A^{r+s}$
2. $\left(A^r\right)^s = A^{rs}$.

Contoh 2.7 Diberikan matriks berordo 5×5 sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & 8 & 7 \end{bmatrix}$$, maka tentukan A^4 ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} A^4 &= A^2 A^2 \\ &= AAAA \\ &= \begin{bmatrix} 8 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & 8 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & 8 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & 8 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & 8 & 7 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 104 & 76 & 69 & 79 \\ 40 & 28 & 32 & 33 \\ 73 & 52 & 73 & 76 \\ 83 & 73 & 86 & 110 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 104 & 76 & 69 & 79 \\ 40 & 28 & 32 & 33 \\ 73 & 52 & 73 & 76 \\ 83 & 73 & 86 & 110 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$=\begin{bmatrix} 25450 & 19387 & 21439 & 24658 \\ 10355 & 7897 & 8830 & 10146 \\ 21309 & 16348 & 18566 & 21391 \\ 26960 & 20854 & 23801 & 27602 \end{bmatrix}.$$

2.3 *Trace* Matriks

Definisi 2.8 [13]. Misalkan $A=\{a_{ij}\}$ adalah suatu matriks bujursangkar berukuran $n\times n$, maka *trace* dari matriks A didefinisikan sebagai jumlah dari entri-entri diagonal utama A dan dinotasikan dengan $tr(A)$, yaitu :

$$tr(A)=\sum a_{ii} \text{ atau } tr(A)=a_{11}+a_{22}+\ldots+a_{nn}. \quad (2.5)$$

Contoh 2. 8 diberikan matriks berordo 6×6 sebagai berikut :

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 & 2 & 1 & 7 \\ 7 & 9 & 8 & 1 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 7 & 4 & 3 & 1 \\ 9 & 7 & 6 & 2 & 4 & 9 \\ 8 & 6 & 5 & 1 & 6 & 2 \\ 7 & 1 & 5 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$,tentukan $tr(A)$!

Maka $tr(A)=2+9+7+2+6+1=27.$

Teorema 2.2 [14]. Jika $A=[a_{ij}]$ dan $B=[b_{ij}]$ adalah matriks-matriks kuadrat n dan k adalah suatu skalar, maka sifat-sifat dari *trace* matriks diantaranya:

1. $tr(A^T)=tr(A)$
2. $tr(kA)=k\cdot tr(A)$
3. $tr(I_n)=n$
4. $tr(A+B)=tr(A)+tr(B).$

Bukti :

1. Akan dibuktikan bahwa $tr(A^T)=tr(A)$.

Diberikan sebarang matriks $A_n=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$, maka :

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \ldots + a_{nn} \tag{2.6}$$

selanjutnya diperoleh :

$$tr\left(A_n^T\right) = tr\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}^T\right)$$

$$tr\left(A_n^T\right) = tr\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & \cdots & a_{n2} \\ a_{13} & a_{22} & a_{33} & \cdots & a_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}\right)$$

$$tr\left(A_n^T\right) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \ldots + a_{nn}. \tag{2.7}$$

Berdasarkan Persamaan (2.6) dan (2.7) maka terbukti bahwa

$tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$ ■

2. Akan dibuktikan bahwa $tr(kA) = k\,tr(A)$.

Diberikan sebarang matriks $A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$ dan k adalah skalar sebarang, maka :

$$tr\left(kA_n\right) = tr\left(k\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}\right)$$

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$tr(kA_n) = tr\left(\begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} & \cdots & ka_{2n} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} & \cdots & ka_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{n1} & ka_{n2} & ka_{n3} & \cdots & ka_{nn} \end{bmatrix}\right)$$

$$tr(kA_n) = ka_{11} + ka_{22} + ka_{33} + \ldots + ka_{nn}$$

$$tr(kA_n) = k(a_{11} + a_{22} + a_{33} + \ldots + a_{nn}). \qquad (2.8)$$

Berdasarkan Persamaan (2.6) maka terbukti bahwa $tr(kA) = k\,tr(A)$. ■

3. Akan dibuktikan bahwa $tr(I_n) = n$.

Diberikan matriks $I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$, maka :

$$tr(I_n) = 1 + 1 + 1 + \ldots + 1$$

$$tr(I_n) = \sum_{1}^{n} 1 = n.$$

Jadi terbukti bahwa $tr(I_n) = n$. ■

4. Akan dibuktikan bahwa $tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$.

Diberikan sebarang matriks $A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$

dan $B_n = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}$, maka :

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \ldots + a_{nn}$$

$$tr(B) = b_{11} + b_{22} + b_{33} + \ldots + b_{nn}$$

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

sehingga didapat :

$$tr(A)+tr(B)=(a_{11}+a_{22}+a_{33}+\ldots+a_{nn})+(b_{11}+b_{22}+b_{33}+\ldots+b_{nn}) \qquad (2.9)$$

selanjutnya untuk :

$$(A_n+B_n)=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

$$(A_n+B_n)=\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} & \cdots & a_{3n}+b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}+b_{n1} & a_{n2}+b_{n2} & a_{n3}+b_{n3} & \cdots & a_{nn}+b_{nn} \end{bmatrix}$$

sehingga dapat diperoleh bahwa :

$$tr(A_n+B_n)=tr\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}\right)$$

$$tr(A_n+B_n)=tr\left(\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} & \cdots & a_{3n}+b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}+b_{n1} & a_{n2}+b_{n2} & a_{n3}+b_{n3} & \cdots & a_{nn}+b_{nn} \end{bmatrix}\right)$$

$$tr(A_n+B_n)=a_{11}+b_{11}+a_{22}+b_{22}+a_{33}+b_{33}+\ldots+a_{nn}+b_{nn}$$

$$tr(A_n+B_n)=(a_{11}+a_{22}+a_{33}+\ldots+a_{nn})+(b_{11}+b_{22}+b_{33}+\ldots+b_{nn}). \qquad (2.10)$$

Berdasarkan Persamaan (2.9) dan (2.10) maka terbukti bahwa

$tr(A+B)=tr(A)+tr(B)$ ■

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Contoh 2.9 :

Diberikan matriks $A=\begin{bmatrix}6&4&5&2\\5&3&7&6\\7&7&8&2\\2&9&4&1\end{bmatrix}$ dan $B=\begin{bmatrix}4&2&5&7\\2&2&9&4\\3&7&6&5\\7&2&5&8\end{bmatrix}$, maka tunjukkan :

1. $tr(A+B)=tr(A)+tr(B)$
2. $tr(5A)=5\cdot tr(A)$
3. $tr(A^T)=tr(A)$.

Penyelesaian :

1. Akan ditunjukkan bahwa $tr(A+B)=tr(A)+tr(B)$.

Berdasarkan matriks A dan matriks B maka diperoleh :

$tr(A)=6+3+8+1=18$

$tr(B)=4+2+6+8=20$

sehingga didapatkan :

$$tr(A)+tr(B)=18+20=38 \tag{2.11}$$

selanjutnya untuk :

$$(A+B)=\begin{bmatrix}6&4&5&2\\5&3&7&6\\7&7&8&2\\2&9&4&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4&2&5&7\\2&2&9&4\\3&7&6&5\\7&2&5&8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10&6&10&9\\7&5&16&10\\10&14&14&7\\9&11&9&9\end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh :

$$tr(A+B)=10+5+14+9=38. \tag{2.12}$$

Berdasarkan Persamaan (2.11) dan (2.12) maka dapat disimpulkan bahwa $tr(A+B)=tr(A)+tr(B)$. ■

2. Akan ditunjukkan bahwa $tr(5A)=5tr(A)$.

Berdasarkan matriks A maka diperoleh :

$tr(A)=6+3+8+1=18$

sehingga didapatkan :

$$5tr(A)=5(18)=90 \tag{2.13}$$

selanjutnya untuk :

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$(5A)=5\begin{bmatrix}6&4&5&2\\5&3&7&6\\7&7&8&2\\2&9&4&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}30&20&25&10\\25&15&35&30\\35&35&40&10\\10&45&20&5\end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh :

$$tr(5A)=30+15+40+5=90. \tag{2.14}$$

Berdasarkan Persamaan (2.13) dan (2.14) maka dapat disimpulkan bahwa $tr(5A)=5tr(A)$. ■

3. Akan ditunjukkan bahwa $tr(A^T)=tr(A)$.

Berdasarkan matriks A maka diperoleh :

$$tr(A)=6+3+8+1=18 \tag{2. 15}$$

selanjutnya untuk :

$$(A^T)=\left(\begin{bmatrix}6&4&5&2\\5&3&7&6\\7&7&8&2\\2&9&4&1\end{bmatrix}^T\right)=\begin{bmatrix}6&5&7&2\\4&3&7&9\\5&7&8&1\\2&6&2&1\end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh :

$$tr(A^T)=6+3+8+1=18. \tag{2. 16}$$

Berdasarkan Persamaan (2.15) dan (2.16) maka dapat disimpulkan bahwa $tr(A^T)=tr(A)$. ■

2.4 *Trace* Matriks Toeplitz Pentadiagonal Simetris Kuadrat

Salah satu pembahasan mengenai *trace* suatu matriks berpangkat telah dibahas oleh [9] pada tahun 2020. Penelitian tersebut dilakukan untuk mendapatkan bentuk umum dari *trace* matriks Toeplitz pentadiagonal simetris kuadrat, adapun langkah-langkahnya sebagai berikut :

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Diberikan matriks Toeplitz pentadiagonal simetris ordo $n \times n$, yaitu :

$$P_m = P_m(a,b,c) = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & c & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & b & a & b & c & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & b & a & b & c & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & b & a & b & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & b & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & b & a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c & b & a & b & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c & b & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & c & b & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & c & b & a \end{bmatrix}.$$

2. Menentukan bentuk umum bentuk umum $(P_m)^2$ dengan cara mengalikan $P_m \cdot P_m$ yang disajikan pada Teorema (2.3) sebagai berikut :

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Teorema 2.3 [9]. Bentuk umum $\left(P_m\right)^2$ dari matriks Toeplitz pentadiagonal simetris pada Persamaan (1.12) yaitu :

$$P_m^2 = \left[P_{ij}\right]_{m\times m} = \begin{bmatrix}
a^2+b^2+c^2 & 2ab+bc & 2ac+b^2 & 2bc & c^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2ab+bc & a^2+2b^2+c^2 & 2ab+2bc & 2ac+b^2 & 2bc & c^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2ac+b^2 & 2ab+2bc & a^2+2b^2+2c^2 & 2ab+2bc & 2ac+b^2 & 2bc & \cdots & c^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2bc & 2ac+b^2 & 2ab+2bc & a^2+2b^2+2c^2 & 2ab+2bc & 2ac+b^2 & \cdots & 2bc & c^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
c^2 & 2bc & 2ac+b^2 & 2ab+2bc & a^2+2b^2+2c^2 & 2ab+2bc & \cdots & 2ac+b^2 & 2bc & c^2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & c^2 & 2bc & 2ac+b^2 & 2ab+2bc & a^2+2b^2+2c^2 & \cdots & 2ab+2bc & 2ac+b^2 & 2bc & c^2 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & c^2 & 2bc & 2ac+b^2 & 2ab+2bc & \cdots & a^2+2b^2+2c^2 & 2ab+2bc & 2ac+b^2 & 2bc & c^2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & c^2 & 2bc & 2ac+b^2 & \cdots & 2ab+2bc & a^2+2b^2+2c^2 & 2ab+2bc & 2ac+b^2 & 2bc & c^2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & c^2 & 2bc & \cdots & 2ac+b^2 & 2ab+2bc & a^2+2b^2+2c^2 & 2ab+2bc & 2ac+b^2 & 2bc \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c^2 & \cdots & 2bc & 2ac+b^2 & 2ab+2bc & a^2+2b^2+2c^2 & 2ab+2bc & 2ac+b^2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c^2 & 2bc & 2ac+b^2 & 2ab+2bc & a^2+2b^2+c^2 & 2ab+bc \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c^2 & 2bc & 2ac+b^2 & 2ab+bc & a^2+b^2+c^2
\end{bmatrix}$$

atau dapat ditulis sebagai berikut :

$$P_m^2 = \left[P_{ij}\right]_{m\times m} = \begin{cases}
a^2+b^2+c^2 & untuk \ \ i=j=1 dan i=j=m \\
a^2+2b^2+c^2 & untuk \ \ i=j=2 dan i=j=m-1 \\
a^2+2b^2+2c^2 & untuk \ \ i=j=2,4,5,\ldots m-2 \\
2ab+bc & untuk \ \ j=i+1, i=1, m-1; dan \\
 & \qquad\quad\ i=j+1, j=1, m-1 \\
2ab+2bc & untuk \ \ j=i+1, i=2,3,\ldots,m-2; dan \\
 & \qquad\quad\ i=j+1, j=2,3,\ldots,m-2 \\
2ac+b^2 & untuk \ \ j=i+2, i=12,3,\ldots,m-2; dan \\
 & \qquad\quad\ i=j+2, j=2,3,\ldots,m-2 \\
2bc & untuk \ \ j=i+3, i=12,3,\ldots,m-2; dan \\
 & \qquad\quad\ i=j+3, j=2,3,\ldots,m-2 \\
c^2 & untuk \ \ j=i+4, i=12,3,\ldots,m-2; dan \\
 & \qquad\quad\ i=j+4, j=2,3,\ldots,m-2 \\
0 & untuk \ \ j=i+k, k=5,6,\ldots,m-1; dan i=12,3,\ldots,m-k \\
 & \qquad\quad\ i=j+k, k=5,6,\ldots,m-1; dan j=12,3,\ldots,m-k.
\end{cases}$$

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Pembuktian Teorema (2.3) dapat dilihat pada laporan tugas akhir [9] pada tahun 2020 yang berjudul "*Trace* Matriks Toeplitz Pentadiagonal Simetris Kuadrat" pada bab empat halaman tiga (IV-3).

3. Menentukan bentuk umum $tr(P_m)^2$ yang akan disajikan pada Teorema (2.4) sebagai berikut :

Teorema 2.4 [9]. Berdasarkan Persamaan (2.4) maka bentuk umum *trace* matriks Toeplitz pentadiagonal simetris kuadrat, yaitu :

$$tr(P_m)^2 = ma^2 + 2(m-1)b^2 + 2(m-2)c^2.$$

Pembuktian Teorema (2.4) dapat dilihat pada laporan tugas akhir [9] pada tahun 2020 yang berjudul "*Trace* Matriks Toeplitz Pentadiagonal Simetris Kuadrat" pada bab empat halaman dua puluh tujuh (IV-27).

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III
METODE PENELITIAN

Metode penelitian pada penulisan tugas akhir ini menggunakan metode studi literatur dengan bantuan dari buku maupun jurnal terkait. Adapun langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut :

1. Diberikan suatu matriks Toeplitz heptadiagonal simetris sebagai berikut :

$$H_n = \begin{bmatrix} a & b & c & d & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & c & d & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & b & a & b & c & d & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d & c & b & a & b & c & d & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & c & b & a & b & c & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & c & b & a & b & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & c & b & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b & c & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & b & a & b & c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c & b & a & b & c & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & d & c & b & a & b & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & d & c & b & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & d & c & b & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & d & c & b & a \end{bmatrix}, n \geq 5.$$

2. Menentukan bentuk umum matriks H_n^2 dengan cara $H_n^2 = H_n \cdot H_n$.
3. Menentukan diagonal utama matriks H_n^3, dengan cara mengalikan entri-entri diagonal utama $H_n^2 \cdot H_n$.
4. Menentukan diagonal utama matriks H_n^4, dengan cara mengalikan entri-entri diagonal utama $H_n^2 \cdot H_n^2$.
5. Membuktikan bentuk umum $tr\left(H_n^2\right)$, $tr\left(H_n^3\right)$ dan $tr\left(H_n^4\right)$ dengan menggunakan pembuktian langsung.
6. Mengaplikasikan bentuk umum $tr\left(H_n^2\right)$, $tr\left(H_n^3\right)$ dan $tr\left(H_n^4\right)$ pada beberapa contoh soal.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DAFTAR PUSTAKA

[1] R. M. Gray, "Toeplitz and Circulant Matrices: A review," *Foundations and Trends in Communications and Information Theory*, vol. 2, no. 3, hal. 155–239, 2006, doi: 10.1561/0100000006.

[2] M. S. Solary, "Finding Eigenvalues for Heptadiagonal Symmetric Toeplitz Matrices," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 402, no. 2, hal. 719–730, 2013, doi: 10.1016/j.jmaa.2013.02.008.

[3] C. Brezinski, P. Fika, dan M. Mitrouli, "Estimations of the Trace of Powers of Positive Self-adjoint Operators by Extrapolation of the Moments," *Electronic Transactions on Numerical Analysis*, vol. 39, hal. 144–155, 2012.

[4] J. Pahade dan M. Jha, "Trace of Positive Integer Power of Real 2 x 2 Matrices," *Advances in Linear Algebra & Matrix Theory*, vol. 5, no. 4, hal. 150–155, 2015, doi: 10.4236/alamt.2015.54015.

[5] F. Aryani, D. R. Sari, C. C. Marzuki, dan S. Gemawati, "Trace Matriks Toeplitz Kompleks Khusus Ukuran 3 x 3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif," *Seminar Nasional Teknologi Informasi Komunikasi dan Industri*, hal. 673–681, Nov 2018.

[6] F. Aryani dan N. Husna, "Trace Matriks Toepitz Tridiagonal 3 x 3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 5, no. 1, hal. 40–49, 2019.

[7] Rahmawati, N. A. Putri, F. Aryani, dan A. N. Rahma, "Trace Matriks Toeplitz Simetris Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 5, no. 2, hal. 61–70, Jul 2019.

[8] M. A. Hadi, "Trace Matriks Toeplitz-Hessenberg Berpangkat Bilangan Bulat Positif Empat," Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2020.

[9] A. Y. Putri, "Trace Matriks Toeplitz Pentadiagonal Simetris Kuadrat," Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2020.

[10] J. L. da Silva, "On the Characteristic Polynomial, Eigenvectors and

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Determinant of Heptadiagonal Matrices," *Linear and Multilinear Algebra*, 2016, doi: 10.1080/03081087.2016.1258034.

[11] B. Talibi, A. A. Hadj, dan D. Sarsri, "A Numerical Algorithm to Inversing a Toeplitz Heptadiagonal Matrix," *Palestine Journal of Mathematics*, vol. 10, no. 1, hal. 242–250, 2021.

[12] H. Anton dan C. Rorres, *Elementary Linear Algebra*, Edisi ke sembilan. 2005.

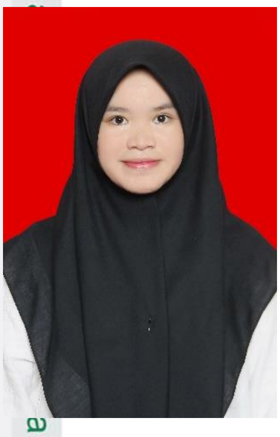
[13] james e. Gentle, *Matrix algebra*, Edisi ke dua. 2017.

[14] S. Banerjee dan A. Roy, *Linear Algebra and Matrix Analysis for Statistics*. 2014.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan pada tanggal 07 Desember 1999 di Tanjung Balik nagari Salimpat kecamatan Lembah Gumanti, Kabupaten Solok. Penulis merupakan anak keempat dari empat bersaudara dari pasangan Bapak Syafril dan Ibu Nurni Zarni. Penulis menyelesaikan Pendidikan Formal Sekolah Dasar di Sekolah Dasar Negeri 17 Salimpat pada tahun 2011. Kemudian penulis menyelesaikan Pendidikan Lanjutan Tingkat Pertama SMP Negeri 4 Lembah Gumanti pada Tahun 2013 dan menyelesaikan Pendidikan Menengah Atas dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA) di SMA Negeri 1 Lembah Gumanti pada tahun 2017. Pada tahun 2017 penulis melanjutkan Pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru dan lulus di Fakultas Sains dan Teknologi dengan Jurusan Matematika. Pada bulan Januari 2020, penulis melaksanakan Kerja Praktek di PTPN V Kota Pekanbaru, dan melakukan penelitian dengan judul **"Deskriptif Pemakaian Bahan Bakar Solar di Pabrik Kelapa Sawit Sei Intan PTPN V Tahun 2014-2019"** yang dibimbing oleh Ibu Elfira Safitri, S.Si, M.Mat. yang diseminarkan pada tanggal 19 Mei 2020. Pada Awal Juli 2020 sampai September 2020 penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) yang dilaksanakan secara Daring. Penulis melakukan sidang Tugas Akhir pada 24 Juni 2021 dan dinyatakan lulus dengan judul **"*Trace* Matriks Toeplitz Heptadiagonal Simetris Berpangkat Dua sampai Empat"** dengan dosen pembimbing ibu Fitri Aryani, M.Sc.

UIN SUSKA RIAU